

# 20 exercices type examen d'admission ingénieur civil (ESA)

Avec corrigés détaillés · Belgique francophone (FWB) · Niveau rhéto → examen spécial d'admission

Ressource pédagogique indépendante — Prépa Polytech (innovations-ux.com). Non affiliée aux universités ni à l'organisation de l'examen. Exercices originaux, générés par notre moteur pédagogique dans le style de l'ESA : aucun sujet officiel n'est reproduit. Aucune garantie de réussite.

À l'attention des enseignant·e·s de mathématiques. Ces 20 exercices couvrent les quatre matières de l'examen d'admission actuellement outillées par notre moteur — *Analyse, Algèbre, Trigonométrie & calcul numérique, Géométrie analytique*. Chacun porte l'étiquette de sa notion. Les énoncés figurent d'abord ; les corrigés pas-à-pas suivent (page distincte, imprimable séparément).

- Rappel officiel : notation **/20 par matière**, seuil de réussite **10/20** dans chacune.
- Calculatrice : **interdite** aux épreuves d'analyse, d'algèbre et de géométrie ; **autorisée** à l'épreuve de trigonométrie / calcul numérique (constaté ULiège 2026 ; à confirmer faculté par faculté).
- Réutilisation libre en classe. Les réponses ont été vérifiées contre notre moteur de génération.

## Analyse

Questions à développement · /20 · sans calculatrice

### 1 DÉRIVATION — TANGENTE

Calcule la pente de la tangente à la courbe de  $f(x) = 2x^2 - 5x$  au point d'abscisse  $x = 3$ .

### 2 DÉRIVATION — EXTREMA (SIGNE DE F')

La dérivée d'une fonction est  $f'(x) = x^2 - 3x$ . Localise et classe ses extrema locaux.

- |                                                               |                                                               |
|---------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|
| <b>a)</b> Maximum local en $x = 0$ , minimum local en $x = 3$ | <b>b)</b> Minimum local en $x = 0$ , maximum local en $x = 3$ |
| <b>c)</b> Aucun extremum local                                | <b>d)</b> Seulement un maximum local, en $x = 3$              |

### 3 INTÉGRALE DÉFINIE

Calcule  $\int_1^5 (4x - 4) dx$ .

### 4 AIRE ENTRE DEUX COURBES

Calcule l'aire du domaine borné compris entre la droite  $y = 4x$  et la parabole  $y = x^2$ .

### 5 ÉQUATION EXPONENTIELLE

Résous l'équation  $5^x = 125$ .

### 6 ASYMPTOTE VERTICALE

Soit  $f(x) = 1/(x - 3) - 2$ . Donne l'équation de son asymptote verticale.

## Algèbre

Questions à développement · /20 · sans calculatrice

### 7 RADICAUX — FORME SIMPLIFIÉE

Écris  $\sqrt{50}$  sous forme radicale simplifiée  $a\sqrt{b}$  (notation standard).

**8** FACTORISATION D'UN TRINÔME

Factorise  $x^2 - 4x - 12$ .

**9** DISCRIMINANT DU SECOND DEGRÉ

Calcule le discriminant de  $3x^2 - 7x - 1 = 0$ .

**10** SYSTÈME LINÉAIRE  $2 \times 2$ 

Résous le système  $\{ x + y = 7 ; x - y = 5 \}$  et donne la valeur de  $x$ .

**11** SÉRIE GÉOMÉTRIQUE INFINIE

Calcule la somme de la série géométrique infinie de premier terme  $u_1 = 9$  et de raison  $r = 1/4$ .

**12** COMBINATOIRE — COMBINAISONS

De combien de façons peut-on choisir un comité de 2 personnes parmi 8 (l'ordre n'a pas d'importance) ?

**13** PROBABILITÉS — UNION D'ÉVÉNEMENTS

On donne  $P(A) = 0,4$ ,  $P(B) = 0,2$  et  $P(A \cap B) = 0,15$ . Calcule  $P(A \cup B)$ .

**14** STATISTIQUE DESCRIPTIVE — MÉDIANE

Détermine la médiane de la série : 14, 12, 4, 1, 17, 8, 20.

## Trigonométrie et calcul numérique

Questions à développement · /20 · calculatrice autorisée (constaté ULiège 2026)

**15** VALEUR EXACTE

Quelle est la valeur exacte de  $\tan(60^\circ)$  ?

- a)  $1/2$   
c) 0

- b)  $\sqrt{2}/2$   
d)  $\sqrt{3}$

**16** ÉQUATION TRIGONOMÉTRIQUE

Résous  $\cos x = 1/2$  pour  $x \in [0^\circ ; 360^\circ]$ . Quel ensemble de solutions est correct ?

- a)  $60^\circ, 300^\circ$   
c)  $0^\circ$

- b)  $45^\circ, 315^\circ$   
d)  $30^\circ, 330^\circ$

**17** LOI DES COSINUS

Dans un triangle, les côtés  $b = 6$  et  $c = 8$  encadrent l'angle  $A = 60^\circ$ . Calcule le côté  $a$  opposé à  $A$  (arrondi à 0,01).

## Géométrie analytique

Questions à développement · /20 · sans calculatrice

**18** DROITE — PENTE

Détermine la pente de la droite passant par  $A(0 ; 5)$  et  $B(5 ; 25)$ .

**19** INTERSECTION DE DEUX DROITES

Détermine l'abscisse du point d'intersection des droites  $y = x + 5$  et  $y = -3x + 13$ .

Le cercle d'équation  $x^2 + y^2 = 16$  est centré à l'origine. Quel est son rayon ?

a) 4

b) 8

c) 5

d) 16

# Corrigés détaillés

## 1 Analyse — Dérivation, tangente

1. Méthode. La pente de la tangente en  $x = a$  vaut  $f'(a)$ .
2. Dérivée.  $f'(x) = 4x - 5$ .
3. Substitution.  $f'(3) = 4 \cdot 3 - 5 = 12 - 5$ .

→ Pente de la tangente = 7.

## 2 Analyse — Extrema et signe de $f'$

1. Points stationnaires.  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x - 3) = 0 \Leftrightarrow x = 0$  ou  $x = 3$ .
2. Signe de  $f'$ .  $f'$  est une parabole ouverte vers le haut ( $a = 1 > 0$ ) : positive avant 0, négative entre 0 et 3, positive après 3.
3. Classement. En  $x = 0$ ,  $f$  passe de + à -  $\rightarrow$  maximum local ; en  $x = 3$ , de - à +  $\rightarrow$  minimum local.

→ Réponse a) : maximum local en  $x = 0$ , minimum local en  $x = 3$ .

## 3 Analyse — Intégrale définie

1. Primitive.  $F(x) = 2x^2 - 4x$  (pas de + C pour une intégrale définie).
2. Borne supérieure.  $F(5) = 2 \cdot 25 - 4 \cdot 5 = 50 - 20 = 30$ .
3. Borne inférieure.  $F(1) = 2 - 4 = -2$ .
4. Différence.  $\int = F(5) - F(1) = 30 - (-2)$ .

→  $\int_1^5 (4x - 4) dx = 32$ .

## 4 Analyse — Aire entre deux courbes

1. Intersections.  $4x = x^2 \Leftrightarrow x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow x = 0$  ou  $x = 4$ .
2. Position. Sur  $[0 ; 4]$ , la droite  $4x$  est au-dessus de la parabole  $x^2$ .
3. Intégration. Aire =  $\int_0^4 (4x - x^2) dx = [2x^2 - x^3/3]_0^4 = 32 - 64/3 = 96/3 - 64/3$ .

→ Aire =  $32/3 \approx 10,67$  (unités d'aire).

## 5 Analyse — Équation exponentielle

1. Même base. On réécrit le membre de droite :  $125 = 5^3$ .
2. Égalité des exposants.  $5^x = 5^3 \Rightarrow$  les exposants sont égaux.

→  $x = 3$ .

## 6 Analyse — Asymptote verticale

1. Définition. L'asymptote verticale d'une fonction rationnelle est la valeur de  $x$  qui annule le dénominateur.
2. Équation.  $x - 3 = 0$ .
3. Remarque. Le « - 2 » n'est qu'une translation verticale (asymptote horizontale  $y = -2$ ) : il ne change pas l'asymptote verticale.

→ Asymptote verticale :  $x = 3$ .

### 7 Algèbre — Radicaux

1. Décomposition.  $50 = 25 \cdot 2 = 5^2 \cdot 2$ .
2. Sortie du carré parfait.  $\sqrt{50} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$ .

→  $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ .

### 8 Algèbre — Factorisation

1. Somme et produit. On cherche deux nombres de produit  $-12$  et de somme  $-4$  : ce sont  $+2$  et  $-6$ .
2. Écriture.  $x^2 - 4x - 12 = (x + 2)(x - 6)$ .

→  $x^2 - 4x - 12 = (x + 2)(x - 6)$ .

### 9 Algèbre — Discriminant

1. Formule.  $\Delta = b^2 - 4ac$ .
2. Identification.  $a = 3, b = -7, c = -1$ .
3. Substitution.  $\Delta = (-7)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-1) = 49 - (-12) = 49 + 12$ .

→  $\Delta = 61$  (deux racines réelles distinctes, car  $\Delta > 0$ ).

### 10 Algèbre — Système 2×2

1. Méthode. On additionne les deux équations : les termes en  $y$  s'éliminent.
2. Addition.  $(x + y) + (x - y) = 7 + 5 \Rightarrow 2x = 12$ .
3. Division.  $x = 12/2$ . (On en déduit  $y = 7 - 6 = 1$ .)

→  $x = 6$  (et  $y = 1$ ).

### 11 Algèbre — Série géométrique infinie

1. Convergence.  $|r| = 1/4 < 1$ , donc la série converge.
2. Formule.  $S = u_1 / (1 - r)$ .
3. Substitution.  $1 - 1/4 = 3/4$  ;  $S = 9 / (3/4) = 9 \cdot 4/3$ .

→  $S = 12$ .

### 12 Algèbre — Combinatoire

1. Ordre ? Un comité n'est pas ordonné → on utilise les combinaisons.
2. Formule.  $C(8, 2) = 8! / (2! \cdot 6!)$ .
3. Calcul.  $= (8 \cdot 7) / (2 \cdot 1) = 56/2$ .

→  $C(8, 2) = 28$  comités possibles.

### 13 Algèbre — Probabilité d'une union

1. Formule.  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$  — on retranche l'intersection comptée deux fois.
2. Substitution.  $= 0,4 + 0,2 - 0,15$ .

→  $P(A \cup B) = 0,45$ .

#### 14 Algèbre — Médiane

1. Trier. On ordonne la série : 1, 4, 8, **12**, 14, 17, 20.
2. Position du milieu. 7 valeurs → la médiane est la 4<sup>e</sup> valeur.

→ Médiane = **12**.

#### 15 Trigonométrie — Valeur exacte

1. Table des angles remarquables.  $\sin 60^\circ = \sqrt{3}/2$ ,  $\cos 60^\circ = 1/2$ .
2. Quotient.  $\tan 60^\circ = \sin 60^\circ / \cos 60^\circ = (\sqrt{3}/2) / (1/2) = \sqrt{3}$ .

→ Réponse d) :  $\tan(60^\circ) = \sqrt{3}$ .

#### 16 Trigonométrie — Équation

1. Angle de référence.  $\cos = 1/2$  correspond à l'angle remarquable  $60^\circ$ .
2. Quadrants. Le cosinus est positif aux 1<sup>er</sup> et 4<sup>e</sup> quadrants :  $x = 60^\circ$  et  $x = 360^\circ - 60^\circ = 300^\circ$ .

→ Réponse a) :  $x = 60^\circ$  et  $300^\circ$ .

#### 17 Trigonométrie — Loi des cosinus

1. Loi des cosinus.  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$ .
2. Substitution.  $a^2 = 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos 60^\circ = 36 + 64 - 96 \cdot 0,5 = 100 - 48 = 52$ .
3. Racine.  $a = \sqrt{52} = 2\sqrt{13} \approx 7,211$ .

→  $a \approx 7,21$ .

#### 18 Géométrie analytique — Pente

1. Formule. pente =  $(y_B - y_A) / (x_B - x_A)$ .
2. Substitution.  $= (25 - 5) / (5 - 0) = 20/5$ .

→ Pente = **4**.

#### 19 Géométrie analytique — Intersection

1. Égaliser. Au point d'intersection, les deux ordonnées sont égales :  $x + 5 = -3x + 13$ .
2. Regrouper.  $4x = 8$ .
3. Résoudre.  $x = 8/4$ .

→ Abscisse d'intersection :  $x = 2$  (et  $y = 7$ ).

#### 20 Géométrie analytique — Cercle

1. Forme. Un cercle centré à l'origine a pour équation  $x^2 + y^2 = r^2$ .
2. Identification. Ici  $r^2 = 16$ , donc  $r = \sqrt{16}$ .

→ Réponse a) :  $r = 4$  (attention à ne pas confondre  $r^2$  et  $r$ ).